

## 5 圓形

# 轉呀轉呀轉呀轉



如果這次我真的用力推的話，你就會越過最高點，繞過整整一圈再轉回來。好啦，抓緊囉！

好啦，生活中多些圓滑的東西來點綴，也是不錯的啦！

沒有必要再重新發明輪子了，你只要知道怎麼使用它就好了嘛。不管是路上的汽車，還是遊樂園的雲霄飛車，我們生活中有許多重要的事物，都與圓形息息相關。暫時讓我們從那些直線啦、尖角啦什麼的解放出來吧，等你學會了什麼是圓，什麼是弧、什麼是扇形，就會有無盡的可能性等著你喔。

## 這不只是比薩——這是一場戰爭！

每個人都知道——想吃比薩？來 Mario 就對了！可是，時代總是在改變。最近 MegaSlice 連鎖店就搶進了 Mario 原本的地盤，更糟的是，好像有人在用一些『奧步』喔！

Mario 覺得  
很沮喪。



我的比薩店遇上麻煩了！  
MegaSlice 連鎖店偷走了我的客人，可是他們大力宣傳的什麼特別優惠，根本就是騙人的嘛！

MegaSlice 促銷廣告傳單。

增量  
1/4

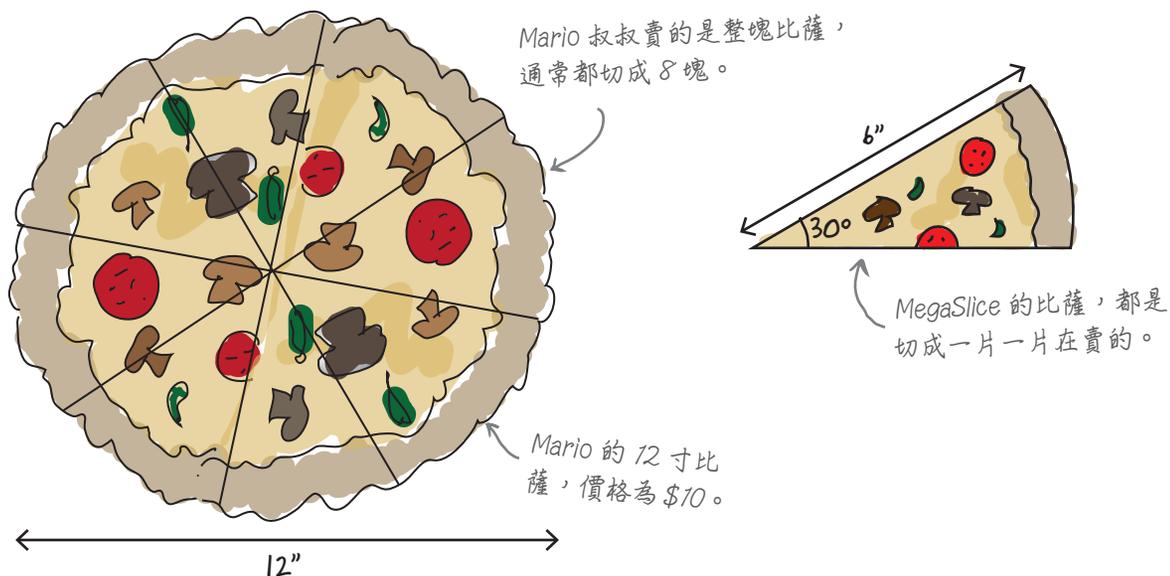
### 特別優惠

**MEGASLICE \$10 套餐**

相同的價錢，Mario 給你 8 片，  
MegaSlice 給你足足 10 片

## MegaSlice 所提供的優惠，究竟是怎麼一回事？

MegaSlice 宣稱，同樣花 \$10，只要購買他們的 10 片裝比薩，就能吃到更多的比薩。片數看起來是有比較多啦，可是真的吃到比較多的比薩嗎？



### 削尖你的鉛筆

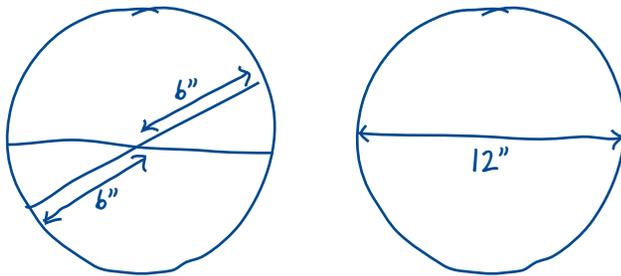


MegaSlice 一片一片分開賣的比薩切片，是從多大的比薩切出來的呢？

直徑是半徑的兩倍



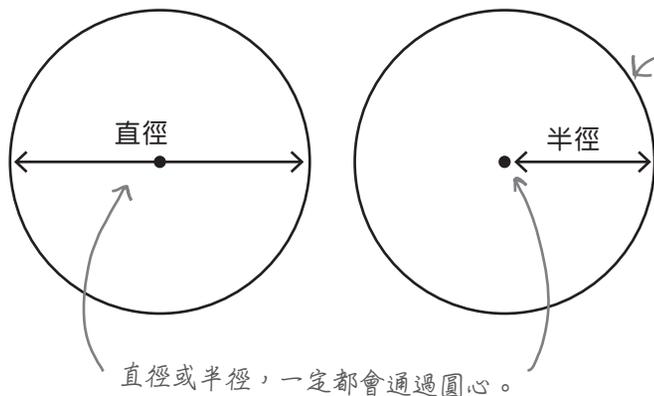
MegaSlice 一片一片分開賣的比薩切片，是從多大的比薩切出來的呢？



比薩的寬度，應該就是切片邊緣長度的兩倍：12 寸。

## 圓形 半徑的兩倍，就是比薩的直徑

比薩的總寬度（12英寸），是屬於圓形的一個特別的特性值，我們稱之為『直徑』。圓形的直徑，就是從圓形的一邊，穿過中心之後，到達另一邊的距離。而比薩切片邊緣的長度，我們稱之為『半徑』，它也就是從圓形的中心點開始，到邊緣任何一個點上的距離。直徑的長度，一定是半徑的兩倍。



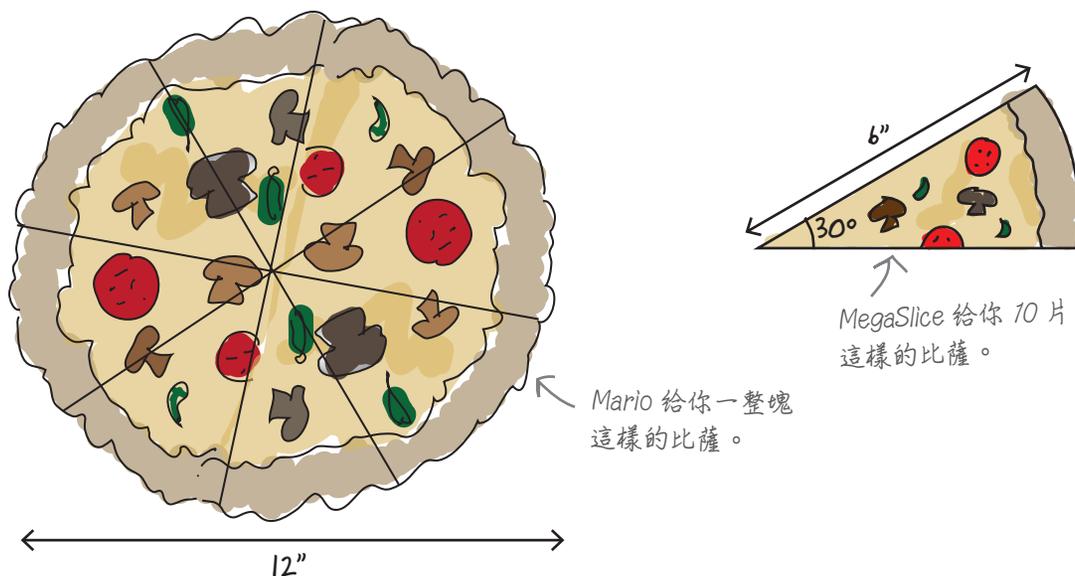
不管你從圓上面的哪一個點開始畫，所畫出來的直徑或半徑，一定都是相同的長度（記得一定要通過圓心）。

直徑一定是半徑的兩倍。

$$D = 2r$$

## 一堆比薩切片，怎麼跟一整塊比薩相比較呢？

MegaSlice 所提供的是比薩切片，而 Mario 提供的則是整塊的比薩。可是 MegaSlice 的 10 塊比薩切片，也是從一整塊 12 英寸的比薩切出來的。所以，只因為他們有 10 片，而我們只切了 8 片，就能表示他們的比薩所提供的量比較多嗎？



### 削尖你的鉛筆



請用你能掌握到關於 MegaSlice 比薩切片的資訊，計算出同樣花費 \$10，哪一家提供的商品比較划算呢？

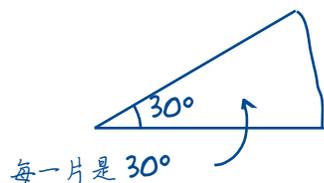
提示：這一切都跟角度有關……

## 削尖你的鉛筆 解答



請用你能掌握到關於 MegaSlice 比薩切片的資訊，計算出同樣花費 \$10，哪一家提供的商品比較划算呢？

我們要計算的是，MegaSlice 把整塊比薩切成了幾塊比薩切片。

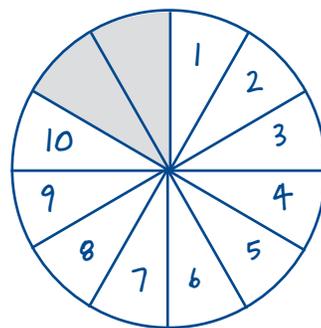


MegaSlice 把每一整塊比薩切成 12 片，所以 10 塊比薩切片，根本就少於一整塊比薩的量。

Mario 給的是一整塊 12 寸的比薩，所以 Mario 的比薩比較划算。

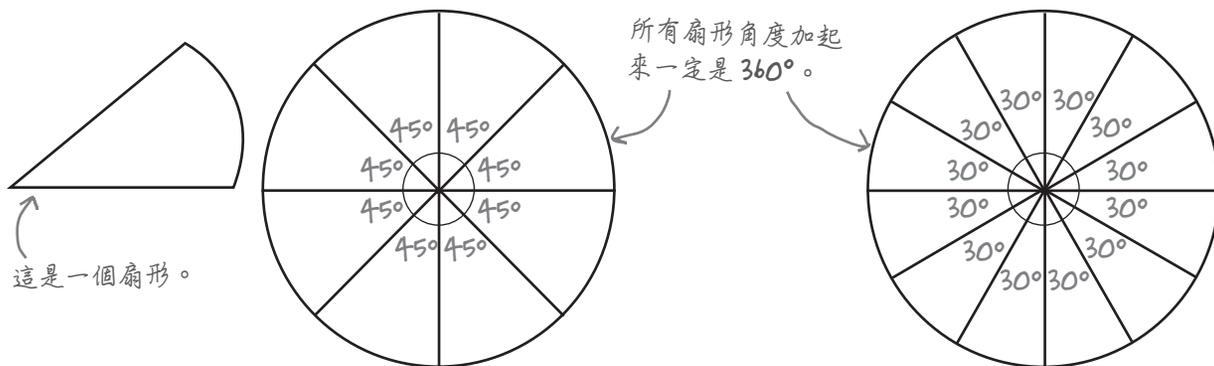
一整圓是  $360^\circ$

$$\text{總片數} = \frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$$



## 若將圓形切成扇形，所有扇形的角度加起來就是 $360^\circ$

如果用穿過圓心的直線，將圓形切割成許多切片，那麼這些切片的形狀就叫做『扇形』。MegaSlice 的扇形切片每塊角度都是  $30^\circ$ ，所以要拼成一塊完整的大比薩，需要 12 塊的切片 ( $30^\circ \times 12 = 360^\circ$ )。可是他們只給你 10 塊，這就表示他們所給你的量，小於整個 12 英寸大比薩的量！



## MegaSlice 這個 \$10 的優惠商品是騙人的！

MegaSlice 只提供 10 塊 30° 的比薩切片，雖然都是從 12 英寸的大比薩切下來的，而且片數確實比 Mario 叔叔多，但實際上算起來所吃到的比薩量反而比較少！現在你知道了這個事情的真相，MegaSlice 再也不能對外宣稱他們提供的是更有價值的產品了。



← MegaSlice 的道歉信。

太感謝了！MegaSlice 的謊言總算停止了，我的生意也漸漸恢復了（雖然恢復的很慢...）。不過我有個挽救生意的好主意耶！你一定喜歡意大利臘香腸，是吧？



## 比薩外緣覆蓋一圈意大利臘香腸——這樣該賣多少錢呢？

Mario 想到的好主意，就是在所有比薩的外緣，覆蓋上一圈意大利臘香腸。他希望盡可能為他的客戶提供更高的價值，所以他決定，這些額外加上的意大利臘香腸，只要收取最低的工本費就行了。聽起來很簡單，是吧？可是在整個比薩訂購與製作流程中，Mario 發現了一個問題：

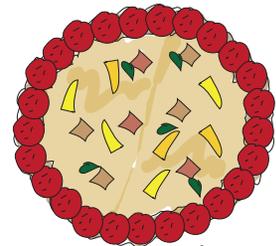
1 客人打電話來下單。



2 Mario 必須算出需要多少錢。



3 Mario 親自製作比薩。



每用一片意大利臘香腸，Mario 就必須加收 \$0.05。



### 重點是，Mario 接受客人指定任何尺寸的比薩！

如果 Mario 只提供特定的幾種比薩尺寸，他就能針對這些尺寸，各自計算一次對應的成本，之後只要直接套用就行了。可是 Mario 比較喜歡讓他的客人隨意點選自己想要的任何尺寸。



我讓我的客人隨意選擇自己想要的任何尺寸，8 寸、23 寸，什麼尺寸都行。可是為了算出正確的價格，我必須在製作比薩之前，先知道到底要用多少片的意大利臘香腸。這有可能做得到嗎？

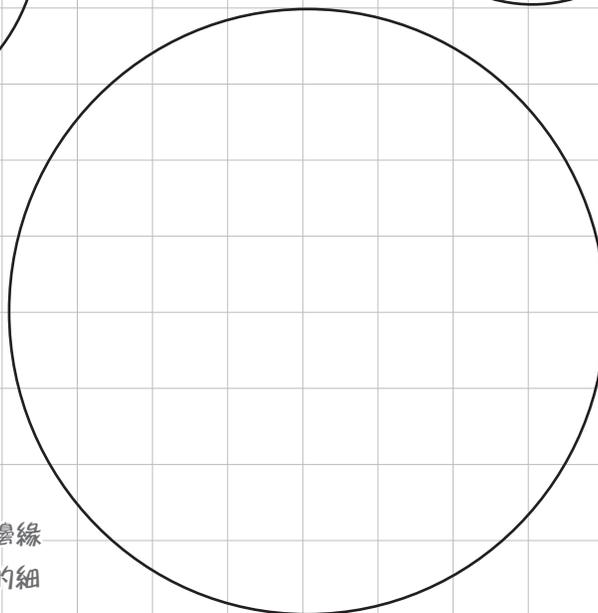
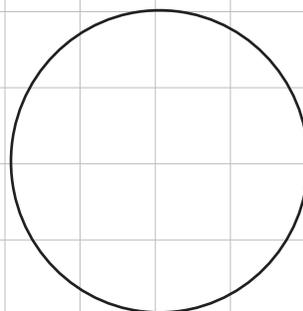
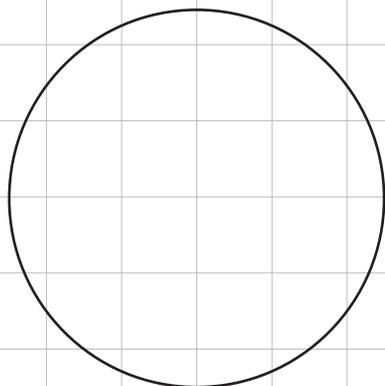


## 名偵探幾何

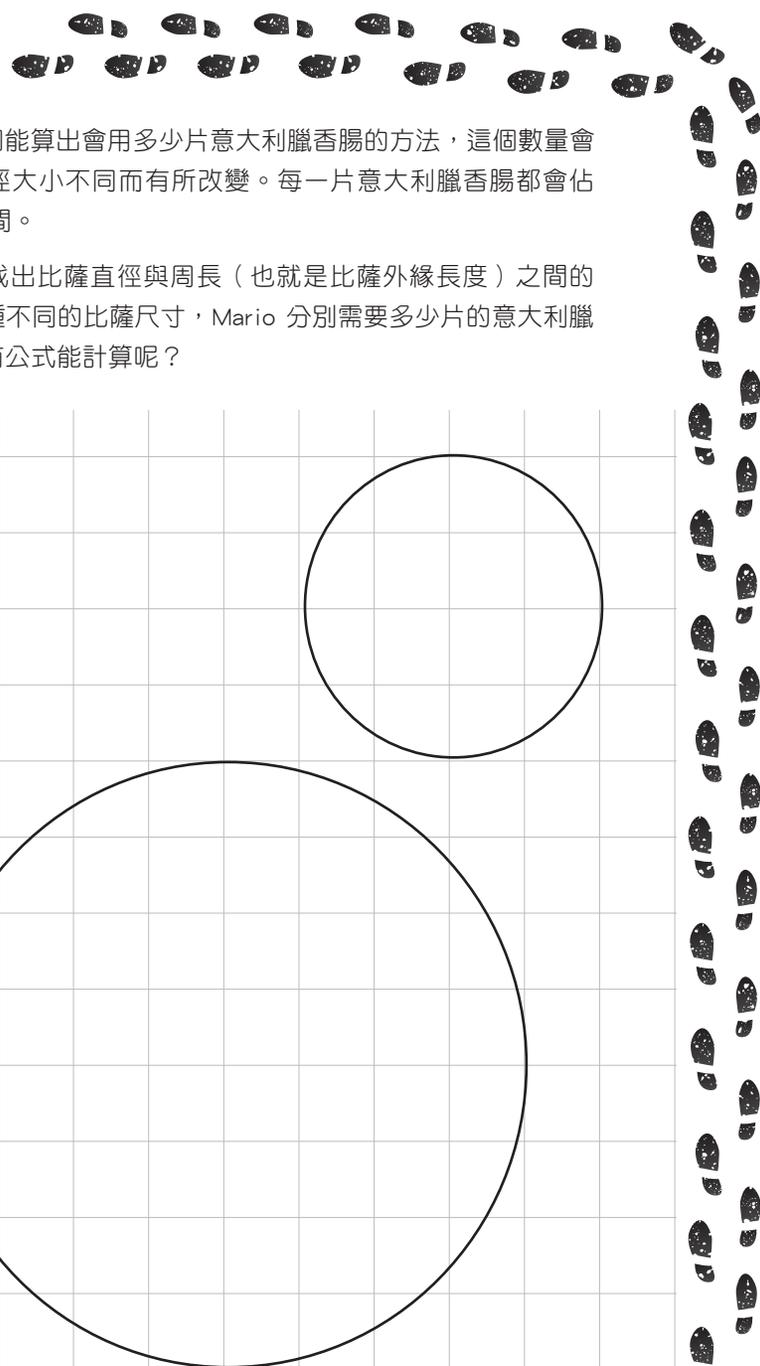
Mario 需要一個能算出會用多少片意大利臘香腸的方法，這個數量會隨著比薩的直徑大小不同而有所改變。每一片意大利臘香腸都會佔用 1 英寸的空間。

你的任務是要找出比薩直徑與周長（也就是比薩外緣長度）之間的關係。下面幾種不同的比薩尺寸，Mario 分別需要多少片的意大利臘香腸呢？有沒有公式能計算呢？

比例：1 cm = 2 英寸

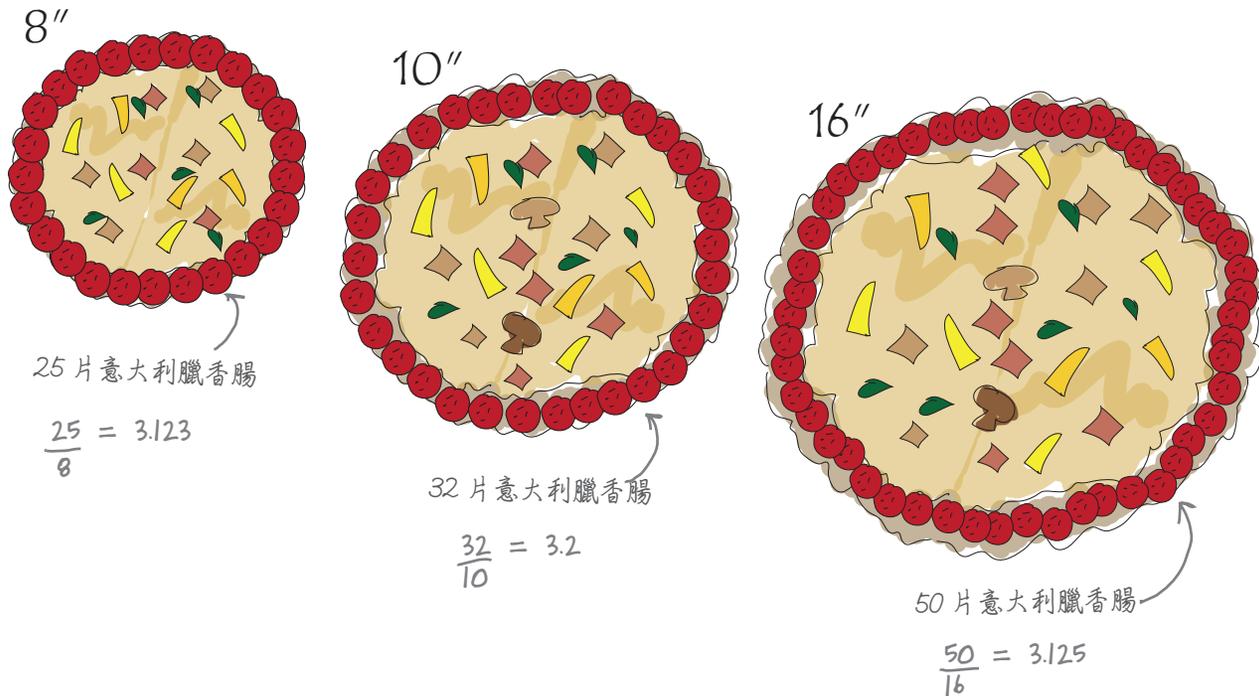


提示：在這裡為了要量出圓形的邊緣長度，或許可以運用一條縫衣服的細線，應該會有一點幫助哦。



## 由意大利臘香腸所排成的圓周長度，大約是直徑的 3 倍（再多一點點）

這裡面確實存在著某種模式：不管比薩的尺寸有多大，由意大利臘香腸所排成的圓周長度，大約都是直徑的三倍再多一點點。



## 圓形的圓周長度，就是直徑 × π

用幾何的術語來說，圓形的周長就叫做圓周。不管是多大或多小的圓形，你會發現圓周都等於直徑乘以一個相同數值的結果。這個數字大概比三還要大一點，我們稱這個數字為 Pi (π)。Pi 通常都用下面這個符號來表示：

π   
 Pi

圓形的周長公式如下：

$$\text{周長} = \pi D$$

或

$$\text{周長} = 2\pi r$$

這兩個式子是一樣的，因為  $D = 2r$ 。

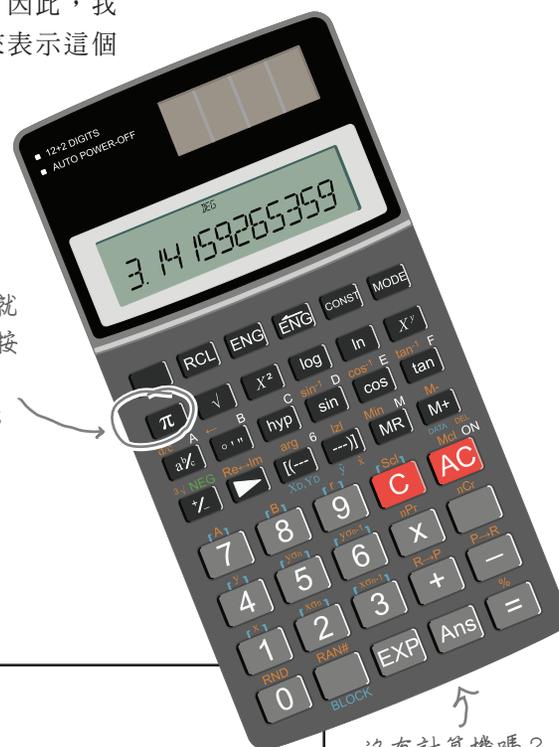
哈哈，很冷的笑話耶。我們這一章一直都在討論『比薩』，怎麼現在又冒出了個『派』來了...



$\pi$  實際上是希臘符號其中的一個字母。

每當我們用圓形的圓周除以直徑，就一定會得到這個數值。因此，我們用一個這樣的符號，來表示這個特殊的常數。

在你的計算機上，可能就有一個『 $\pi$ 』的按鍵，按下去之後，可能會得到 3.14159，或者是小數點更多的一個數字。



你認為學數學的人，為什麼會用  $\pi$  這個符號來取代 3.1415926535897932384626433832795... 這個數字呢？

沒有計算機嗎？那你也可以用  $\frac{22}{7}$  這樣的一個分數值，來作為  $\pi$  的近似值。



**問：**你在寫圓周公式的時候，有時寫成  $\pi D$ ，有時又寫成  $2\pi r$  的樣子。我使用那一個會有差別嗎？

**答：** $D$  是直徑， $r$  是半徑，因為  $D = 2r$ ，所以這兩個公式一定會得到相同的答案。你用哪一個公式都沒關係，主要的判斷方法，還是要看你所知道的數值是直徑還是半徑。

**問：**前兩頁你說到  $\pi$  這個數值的時候，一下子說它大概等於 3，一下子又說它是 3.14159，後來又寫了一個超長的小數，甚至還出現了  $22/7$  這樣的分數形式... 到底哪一個才是  $\pi$  呀？

**答：** $\pi$  是一個很有名的『無理數』。也就是說，就算你寫了億萬個位數的小數值，也不能算是寫出了它的精確值。隨著你使用  $\pi$  這個數字的情境有所不同，你所需要的精準度也會有所差異，這時就可看情況使用  $\pi$  這個值不同版本的格式。考試的時候，考卷通常會告訴你應該用哪一個值來計算，否則就是以你計算機上  $\pi$  那個按鍵的值為依據，最後還要記得將答案四捨五入一下，以滿足問題的需求。



好，那麼也就是說， $\pi$  不過是一個表示圓形的圓周與直徑之間的比率值而已，也沒什麼特別的嘛。我猜會用  $\pi$  這個符號來表示，應該是因為它比每次都寫  $3.1415926535897932384626433832795...$  這樣的一個數字要來得方便多了吧。

**一點也沒錯。**

數學高手們都喜歡說  $\pi$  是一個很神奇的數字，而且它在處理圓形的問題時也確實很有用，不過實際上  $\pi$  也就是『圓周除以直徑後所得到的那個很長的數值』，寫成  $\pi$  只不過是一種快速而簡潔的表示方法而已。

## Mario 想要測試一下你的 意大利臘香腸計價公式

$\pi$  這個東西只是一個理論值，還是能直接運用於真實世界中呢？現在是該來測試一下你的公式管不管用了。

我絕不能給客人算錯價錢，你知道嗎？  
所以我們一定要先試試看它管不管用才行。  
我把訂單跟你說，然後你計算價格，  
最後我再把鋪上意大利臘香腸的比薩實際做  
出來，看看你算的答案正不正確！



Mario 每用一片意大利臘香腸，都必須額外收費 \$0.05。如果下面的訂單，都在外圈加上最新的意大利臘香腸，價錢會多出多少錢呢？（請用計算機計算，然後用四捨五入的方式算出意大利臘香腸所需的片數。）

- 1: 一個 14 寸德州比薩，辣椒多一點
  
- 2: 一個 20 寸的『十全滿溢』比薩（不要蘑菇）
  
- 3: 兩個 6 寸的兒童夏威夷比薩，其中一個鳳梨多一點



Mario 每用一片意大利臘香腸，都必須額外收費 \$0.05。如果下面的訂單，都在外圈加上最新的意大利臘香腸，價錢會多出多少錢呢？（請用計算機計算，然後用四捨五入的方式算出意大利臘香腸所需的片數。）

1: 一個 14 寸德州比薩，辣椒多一點

$$14 \times \pi = 43.98 = 44 \text{ 片意大利臘香腸}$$

$$44 \times 0.05 = \$2.20$$

2: 一個 20 寸的『十全滿溢』比薩（不要蘑菇）

$$20 \times \pi = 62.83 = 63 \text{ 片意大利臘香腸}$$

$$63 \times 0.05 = \$3.15$$

3: 兩個 6 寸的兒童夏威夷比薩，其中一個鳳梨多一點

這張訂單要的是 2 塊比薩。

$$2 \times 6 \times \pi = 37.7 = 38 \text{ 片意大利臘香腸}$$

$$38 \times 0.05 = \$1.90$$

你在計算意大利臘香腸的片數時，如果忘了先四捨五入取整數，所算出來的價格可能就會有一點點不同（例如 \$3.14）。提醒你一下，記得要在恰當的地方，進行四捨五入取整數的動作哦。

太神奇了！比薩明明都是我在做，可是每次用了多少片意大利臘香腸，都跟你算出來的結果完全相同。你蠻厲害的嘛。你一定是吃了很多魚肉，對吧？總之，謝謝你的協助啦！



# 顧客永遠都是對的 很難搞的

比薩就是要大家一起吃，對吧？Mario 有幾個客人想要一起共享同一份比薩，但卻希望其中只有一部份鋪上意大利臘香腸。

我希望至少能在我的比薩上面，吃到一些意大利臘香腸！

我吃素，而且 Fido 吃了意大利臘香腸好像會拉肚子耶。

難搞的不只是人而已....

Gina 絕對不吃意大利臘香腸。

其實 Fido 才不在乎比薩的外圍有沒有意大利臘香腸呢！可是既然 Gina 都這麼說了...

Todd & Gina 什麼都好，就是對意大利臘香腸有點意見。

## 削尖你的鉛筆



Todd 和 Gina 總是會點一份 18 寸的超級蔬菜深盤烘烤比薩。他們要求把比薩切成 9 等分。Gina 吃三片，Todd 則會吃掉其餘的六片，不過他總是會把最後的半片留給 Fido 吃。

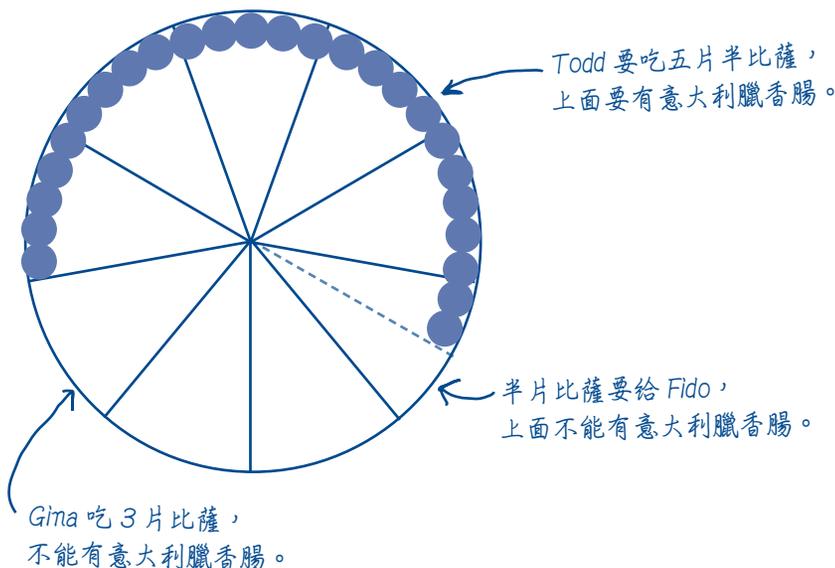
Mario 要做出這個複雜的比薩，需要額外收多少錢？

# 削尖你的鉛筆 解答



Todd 和 Gina 總是會點一份 18 寸的超級蔬菜深盤烘烤比薩。他們要求把比薩切成 9 等分。Gina 吃三片，Todd 則會吃掉其餘的六片，不過他總是會把最後的半片留給 Fido 吃。

Mario 要做出這個複雜的比薩，需要額外收多少錢？



如果整塊比薩都要放滿意大利臘香腸，總共需要的意大利臘香腸片數：

$$\rightarrow 18 \times \pi = 56.55 \text{ 片}$$

你可能已經先做取整數的動作了。不過這裡還先不用啦。

只有 Todd 要吃的那 5.5 片比薩，要放意大利臘香腸：

$$\rightarrow 56.55 \times \frac{5.5}{9} = 34.55 = 35 \text{ 到這裡再取整數就行了}$$

如果你先算這邊，得到 67% 或 0.67 的數值，這樣也是可以的。

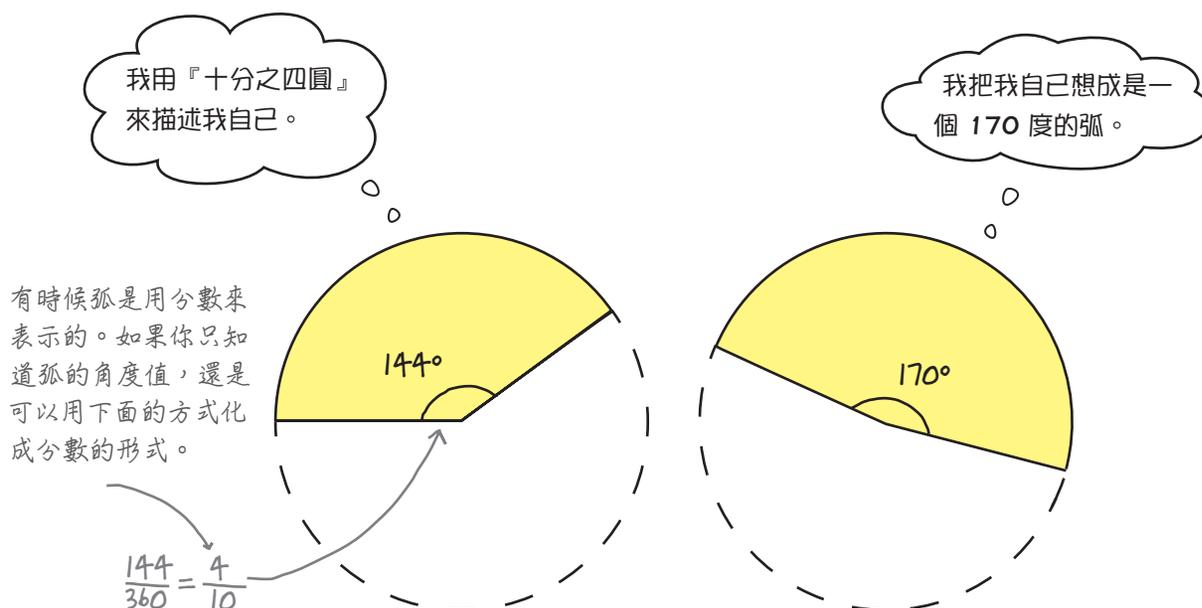
這麼一來，意大利臘香腸的價格為：

$$\rightarrow 35 \times 0.05 = \underline{\underline{\$1.75}}$$

## 所謂的弧，指的就是整個圓周的其中一段

比薩外圍有覆蓋意大利臘香腸的部份，就是一個弧。弧是一個幾何術語，表示一個圓形整個圓周的其中一段，不管是幾乎已經接近一整個圓的一大段，或只是很短很短的一小段，都可以算是一個弧。

我們可以用圓周的涵蓋比例來描述一個弧，例如一個半圓涵蓋了半周長的弧。我們也可以用相應的扇形角度來表示弧（扇形外緣彎曲的部份就是弧）。



### 弧的長度，等於圓周 $\times$ 扇形角度 $\div$ $360^\circ$

為了計算弧的長度，首先你要算出弧所在的圓形上，整個圓周的長度。也就是說，你必須要知道圓形的直徑或半徑的值。然後你才能用扇形角度計算出你的弧所涵蓋的圓周長度。

這個計算能幫助你計算出扇形占整個圓的比例。如果你已經知道是  $2/5$  或  $1/12$  什麼的，在這裡直接用就行了。

$$\text{弧長} = 2\pi r \times \frac{\text{扇形角度}}{360^\circ}$$

## Mario 的生意越來越好了！

Mario 的客人對於能自由決定要在比薩上面放多少意大利臘香腸的做法，簡直愛死了。雖然不是每個人都愛吃意大利臘香腸，但他們都同意的是，Mario 所做的的比薩就是最適合他們的比薩。

在 Mario 那裡點比薩超有彈性的，而且真的是物超所值...



我們點了一個 30 寸的比薩準備要一起分享，雖然只有投手想吃意大利臘香腸，可是他還是做了出來，而且價錢完全沒有多算，直接就反映了實際的價格。



### 重點回顧

- 圓周 =  $\pi D = 2\pi r$
- 直徑 =  $2r$
- 弧長 =  $2\pi r \times \frac{\text{扇形角度}}{360^\circ}$

## 可是 MegaSlice 又來了...

Mario 還在想說，上次 MegaSlice 應該學到教訓了吧，沒想到 MegaSlice 又在電視上做了一個廣告，說他們以同樣的價格，提供量更多的比薩供客人食用。而且這一次從表面上看起來，他們說得好像是真的一樣。



相同的價格，在 Mario 只能買一個 18 寸比薩，在 MegaSlice 卻能買到兩個 12 寸的比薩！MegaSlice 為您的家人提供更划算的選擇！



快來幫幫我呀！  
我知道這裡面一定有鬼，但我們的銷售量還是持續的下滑。如果不能反擊回去，我們很快就要關門大吉了...

### 削尖你的鉛筆



你需要計算出比薩的哪一個特性值，才能判斷出 MegaSlice 所說的到底是不是真的呢？

## 削尖你的鉛筆 解答



你需要計算出比薩的哪一個特性值，才能判斷出 MegaSlice 所說的到底是不是真的呢？

面積

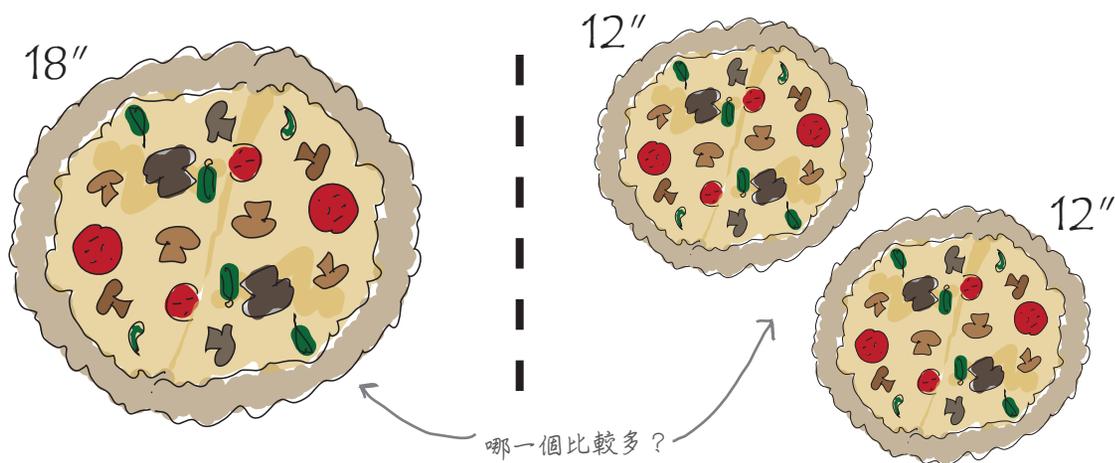
如果你寫的是『體積』，也完全正確。不過 Mario 的比薩，厚度都是一樣的，所以講面積也是一樣的。欲知詳情，請參見第 7 章的內容。

## 我們需要計算出兩種比薩商品個別的面積值

MegaSlice 提供了兩個 12 寸的比薩，而同樣的價格也能購買一個 Mario 的 18 寸比薩。

因為比薩的面積大小，就代表我們實際上可以吃到的比薩量，所以我們要算的就是誰的面積比較大。

如果你非要說是周長才對，  
那我們也沒轍了....





我覺得應該是連算都不用算吧。2 乘以 12 的結果遠大於 18 呀，顯然 MegaSlice 兩個比薩加起來的量，一定是比較多的呀。

**Frank**：先別那麼快就下結論。我覺得沒那麼簡單。

**Joe**：這有什麼難的？ $12 + 12 = 24$ 。24 遠大於 18。好了，就這樣啦。

**Jim**：可是你算的不是面積，那是直徑呀！

**Joe**：是啊，然後呢？

**Jim**：這麼說吧，我覺得直接把直徑相加，而不比較面積值，這種做法不大對吧。

**Joe**：為什麼不行呢？反正我們也不知道該怎麼計算圓形的面積呀。嘿——想這麼多，你們不餓嗎？

**Frank**：你別轉移話題！這可是很嚴肅的問題。我們得要找出一個方法，來比較一下實際的比薩面積，而不是直接拿直徑來比較。

**Jim**：同意，可是我們該從哪裡開始呢？

**Frank**：嗯... 我在想或許可以從我們已經知道的東西開始，再看看有沒有機會能繼續計算下去。



## 腦力訓練

你的幾何工具箱中有沒有什麼技術，對比薩面積近似值的計算會有幫助的呢？

三角形面積 =  
(底 × 高) / 2

相似和全等

四邊形內角和為  
 $360^\circ$



## 腦力訓練解答

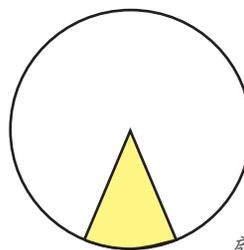
你的幾何工具箱中有沒有什麼技術，對比薩面積近似值的計算會有幫助的呢？



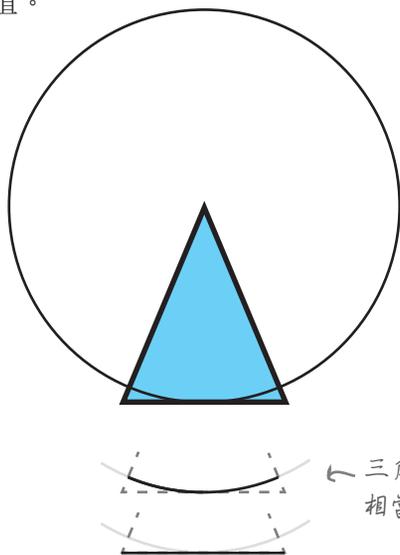
如果你假裝把扇形看成是一個三角形，就能計算出三角形的面積，然後再計算出所有比薩切片的面積總和近似值。

## 每一個扇形（切片），都像是個三角形

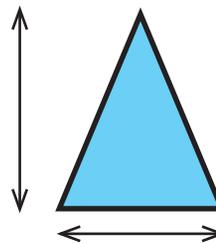
圓形中的扇形並不是真正的三角形，因為它沒有三個筆直的邊，不過其實也可以算是相當接近了。你可以把圓形的半徑當做三角形的高，弧長則當做三角形的底，然後計算出扇形的面積近似值。



扇形就很像是一個底是弧狀的三角形。



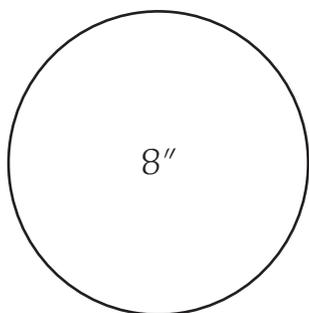
精確的等於  
高 = 半徑



← 三角形底的長度，與弧長相當接近。

底 = 弧長 → 近似的等於

## 名偵探幾何



這個比薩有個 8 英寸的直徑。

請把半徑當做高，弧長當做底，利用三角形面積公式，計算出圓形面積的近似值....

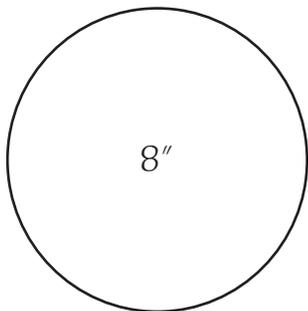
1. 把比薩切成 6 等分
  
2. 把比薩切成 10 等分
  
3. 把比薩切成 30 等分

你在越切越多片的時候，有沒有注意到什麼呢？





# 名偵探幾何 解答



這個比薩有個 8 英寸的直徑。

請把半徑當做高，弧長當做底，利用三角形面積公式，計算出圓形面積的近似值....

這是從你的幾何工具箱中，所取得的三角形面積公式。



用這個公式算出三角形(或扇形)的面積，再乘以整個圓的扇形片數，以求出整個圓的面積值。

$$\text{片數} \times \text{半徑} \times \frac{\text{周長}}{\text{片數}} \times \frac{1}{2} = \text{面積}$$

1. 把比薩切成 6 等分

$$6 \times 4 \times \frac{2\pi \times 4}{6} \times \frac{1}{2} = 50.2654 \text{ 平方英寸}$$

2. 把比薩切成 10 等分

$$10 \times 4 \times \frac{2\pi \times 4}{10} \times \frac{1}{2} = 50.2654 \text{ 平方英寸}$$

3. 把比薩切成 30 等分

$$30 \times 4 \times \frac{2\pi \times 4}{30} \times \frac{1}{2} = 50.2654 \text{ 平方英寸}$$

我們並沒有指定答案要取到小數點後幾位，不過如果取了好幾位之後，發現答案都一樣，或許可以再取幾位確認一下是不是真的都一樣。

你在越切越多片的時候，有沒有注意到什麼呢？

不管你切成幾片，答案好像都一樣耶？！？

你的答案或許和我們寫的不大一樣，但只要你有注意到答案總是相同的這件事，那就對了。



不會吧！這實在太詭異了。算出來的結果怎麼會全都完全一樣呢？



**Frank**：這個嘛... 我想我知道這是怎麼發生的，但我不知道為什麼會這樣...

**Joe**：真的嗎？你能不能說得更清楚一點...

**Frank**：嗯。你看，第一次我們因為切成了 6 片，所以把算出來的面積乘了一個 6，可是在計算弧長的時候，除了一個 6，對吧？這兩個 6 互相抵消了，不是嗎？

**Jim**：是啊，那我想下一個應該也一樣。因為我們切成了 10 片，所以這次會乘以 10 又除以 10。

**Frank**：再來切成 30 片也一樣。切片的數量值一定會互相抵消掉。

**Joe**：好，你說的我知道了。可是我們是拿彎彎的弧來當做三角形的底耶！而且不管我們切成幾等分，每次都還是會得到相同的答案，你不覺得真的是有點奇怪嗎？

**Frank**：啊！我知道了。就是這樣。一定是這樣！

**Joe**：什麼這樣那樣的啦？

**Frank**：你聽我說。當我們切的片數很少時，彎彎的弧長確實和三角形的底很不一樣。

**Jim**：是啊，是很不一樣。

**Frank**：可是當我們越切越多片的時候，弧長越短，就越接近三角形底的長度。所以到最後，如果我們將圓形切成了幾百萬等分，得到的結果就不再只是近似值，而是非常接近精確值的答案了。

**Jim**：一點也沒錯。真是太酷了！事實上，我認為我們剛剛已經得出圓形的面積公式了耶。



## 腦力訓練

根據你在前面的觀察所看出來的模式，你認為圓形面積的公式應該會是什麼呢？

你可以先用文字敘述。如果有把握的話，再用代數的方式來寫寫看吧。



## 腦力訓練解答

根據你在前面的觀察所看出來的模式，你認為圓形面積的公式應該會是什麼呢？

根據三角形面積公式，推算出的圓形面積公式如下：

$$\text{面積} = \text{片數} \times \text{半徑} \times \frac{\text{周長}}{\text{片數}} \times \frac{1}{2}$$

這兩項相消

$$\rightarrow \text{面積} = \text{半徑} \times \text{周長} \times \frac{1}{2}$$

到這裡其實就可以停了。幹得好。不過其實你也可以再繼續算下去....

$$\text{周長} = \pi D = 2\pi r$$

$$\text{面積} = \text{半徑} \times \text{周長} \times \frac{1}{2}$$

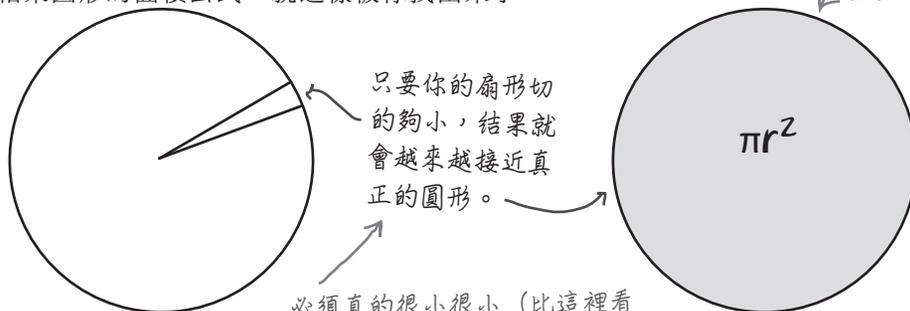
$$\text{面積} = \text{半徑} \times 2\pi r \times \frac{1}{2}$$

$$\text{面積} = r \times \pi r = \pi r^2$$

## 圓形面積 = $\pi r^2$

一點也沒錯，如果你在一個圓形中，塞進足夠多夠窄的三角形，最終你就會得到一個套的很完美的結果。本來你應該繼續算到無限多個三角形，看看會怎樣才對，可是因為三角形的數量正好可以相消，結果圓形的面積公式，就這樣被你找出來了。

三角形夠多（無限多）的話，就看不到凹凹凸凸的邊緣了。



只要你的扇形切的夠小，結果就會越來越接近真正的圓形。

必須真的很小很小（比這裡看到的還要小很多）才行。不過若是真的那麼小，畫在這裡也看不到了。

### 削尖你的鉛筆



請使用圓形面積公式，計算出前面兩種比薩組合分別的面積值。MegaSlice 的兩塊比薩組合，真的有比較划算嗎？

如果你的計算機沒有  $\pi$  這個按鍵，你可以用 22/7 來作為  $\pi$  的近似值。

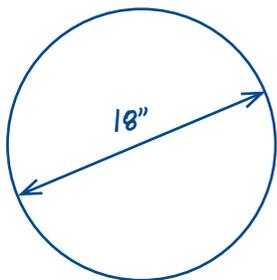
## 削尖你的鉛筆 解答



請使用圓形面積公式，計算出前面兩種比薩組合分別的面積值。MegaSlice 的兩塊比薩組合，真的有比較划算嗎？

圓形面積公式

$$\text{面積} = \pi r^2$$



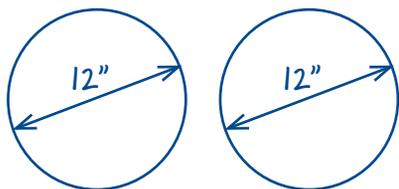
Mario 18 寸比薩的半徑：半徑 =  $\frac{18}{2} = 9$  英寸

面積 =  $\pi \times 9^2 = \pi \times 81 = 254.5$  平方英寸

這裡按下計算機的『π』即可。

如果你的計算機沒有π這個按鍵，而用 22/7 來作為π的近似值，你的數字可能會有一點點不同，但最後比較的結果應該還是相同的。

比薩的尺寸是以直徑來表示，只要取一半值，就是半徑。



MegaSlice 12 寸比薩的半徑：半徑 =  $\frac{12}{2} = 6$  英寸

面積 =  $2 \times \pi \times 6^2 = 2 \times \pi \times 36 = 226.2$  平方英寸

2 個比薩

Mario 的量比較多



**問：** 嗨！ $2\pi r$  和  $\pi r^2$  看起來相當的像，你不覺得嗎？有沒有什麼比較容易理解的方式，讓我比較不會把它們兩個搞混的呢？

**答：** 這裡有一些技巧，對你或許有點幫助。首先，如果你還記得圓周也可以用  $\pi D$  算出來，或許這有助於讓你記住  $2\pi r$  算的是圓周的長度。再者，如果你還記得你先學會計算圓周，然後才知道如何計算面積，那麼你就這樣想吧：2 在前面就是圓周公式，2 在後面就是面積的公式。

**問：** 如果我要算的是比薩切片的面積，而不是整個圓形的面積，那該怎麼計算呢？

**答：** 扇形面積的計算很簡單：其實跟弧長的計算很相像，你同樣可以運用扇形角度，來計算扇形的面積。首先將圓形面積除以 360（這樣得到的就是 1 度扇形的面積），然後再乘以扇形的角度值即可。

## Mario 的比薩，總算獲得了最後的勝利

這些計算的過程，令人十分印象深刻。能找出圓形的面積公式，可不是件簡單的事情。最後 Mario 也靠著它，獲得了這場比薩戰爭最後的勝利。



我還頂下了他們的店面！生意的進展狀況實在很不錯。我都不知道該怎麼謝你了。比薩終生免費，你看怎麼樣呀？

從飲食均衡的角度來說，當然是...



你的幾何工具箱



## 你的幾何工具箱

第五章的內容也介紹完了。現在你可以將圓形相關的特性，放到你的工具箱中了。如果你想要獲得本書所有的工具列表，請造訪 [www.headfirstlabs.com/geometry](http://www.headfirstlabs.com/geometry)。

$$\text{圓形面積} = \pi r^2$$

$$\begin{aligned} \text{圓形周長} \\ = \pi D = 2\pi r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{半徑} = \\ \frac{\text{直徑}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{扇形面積} = \\ \pi r^2 \times \frac{\text{扇形角度}}{360} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{弧長} = \\ 2\pi r \times \frac{\text{扇形角度}}{360} \end{aligned}$$